

Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, At accusam aliquyam diam diam dolore dolores duo eirmod eos erat, et nonumy sed tempor et et invidunt justo labore Stet clita ea et gubergren, kasd magna no rebum. sanctus sea sed takimata ut vero voluptua. est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat. Consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, At accusam aliquyam diam diam dolore dolores duo eirmod eos erat, et nonumy sed tempor et et invidunt justo labore Stet clita ea et gubergren, kasd magna no rebum. sanctus sea sed takimata ut vero voluptua. est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat. Consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat. Consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet.

Wir demonstrieren das an einem

Beispiel

Die DG $\frac{dy}{dt} = ry$ beschreibt die Verzinsung eines Kapitals (y ... Kapital, r ... Zinssatz). Klarerweise steigen ihre Lösungskurven exponentiell an. Jetzt gestalten wir das Modell etwas interessanter: Angenommen, in der Bank befindet sich ein zwielichtiger Kassierer, der uns jeden Tag eine bestimmte Geldmenge stiehlt (w ... täglich unterschlagener Geldbetrag), dann ändert sich unser Modell folgendermaßen:

$$\frac{dy}{dt} = ry - w. \quad (0.1)$$

Die DG ist qualitativ zu untersuchen.

Lösung

Die gegebene DG ist autonom, da t auf der rechten Seite nicht aufscheint. Wir analysieren das Lösungsverhalten, jedoch ohne eine analytische Lösung zu berechnen. Dazu wählen wir die obige Vorgangsweise:

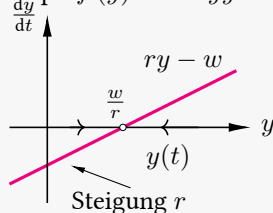
1. Kritische Punkte:

$$ry - w = 0$$
$$y = \frac{w}{r} \quad \left| \quad y \geq 0, \text{ da } w \geq 0 \wedge r > 0. \right.$$

$$ry - w = 0$$
$$y = \frac{w}{r} \quad \left| \quad y \geq 0, \text{ da } w \geq 0 \wedge r > 0 \right.$$

$y = \frac{w}{r}$ ist der einzige kritische Punkt. Wir wissen, dass wir negative Werte ausschließen können.

2. Graph $f(y)$ in der yy' -Ebene:



Was macht dy/dt in Abhängigkeit von y ? Die Funktion ist eine Gerade in der yy' -Ebene^{*1}, welche die y -Achse im kritischen Punkt w/r schneidet. Rechts davon steigt y an, links davon sinkt es, was wir mit den horizontalen Pfeilen auf der y -Achse andeuten. y steigt umso rascher, je größer es ist und umgekehrt (Abb. 1).

Abbildung 1: DG (0.1) zeigt in der Phasenebene lineares Verhalten.

...

Damit können wir zwei Arten von Lösungskurven einzeichnen: eine Schar an Lösungskurven befindet sich oberhalb des kritischen Punktes, und sie sind monoton steigend, die zweite Kurvenschar befindet sich darunter, ihre Kurven sind monoton fallend. Wir müssen nur jeweils *eine* repräsentative Lösungskurve je Typus einzeichnen, denn die anderen Kurven ergeben sich durch horizontales Verschieben (Abb. 2).

Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, At accusam aliquyam diam diam dolore dolores duo eirmod eos erat, et nonummy sed tempor et et invidunt justo labore Stet clita ea et gubergren, kasd magna no rebum. sanctus sea sed takimata ut vero voluptua. est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonummy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat. Consetetur sadipscing elitr, sed diam nonummy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet.

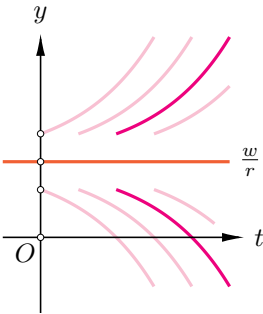


Abbildung 2: DG (0.1) erzeugt ober- und unterhalb des kritischen Punktes je eine Kurvenschar.